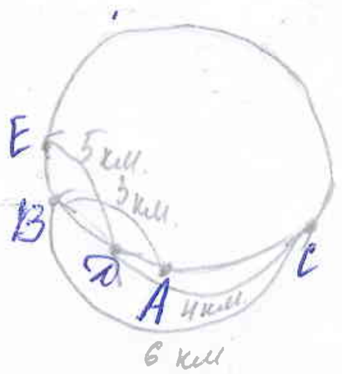
М-8-1.

Задание №2.

Также это возможно. Если мы построим эту трассу по-другому.



1) Получается от A до B – 3км, от B до C – 6км. Вместе от A до C – 9км.

2)

Шаг 1. Расположем точку A внизу трассы и поставим точку B в 3 км от точки A по часовой стрелке.

Шаг 2. Расположем точку C в противоположной стороне в 6 км от точки B.

Шаг 3. Расположим точку D по часовой стреле от точки C в 4 км.

Шаг 4. Расположим точку E по левой стороне трассы в 5 км от точки D.

Ответ: Согласно моим шагам это возможно.

75.

Задание №3

M-8-1

Возможно. Потому что мы можем увидеть число 111111, ~~так~~ чтобы оно делилось на 7. Получается 111111:7=15873. Мы получаем, что число 111111 делится на 7. Поэтому 666-значное число 111 может делиться на 7. (в 666 значном числе 111 повторений по 6 единиц

75.

Задание №5

Дано:

△ABC-равнобедр.

AB=BC

AD-биссектриса ∠A

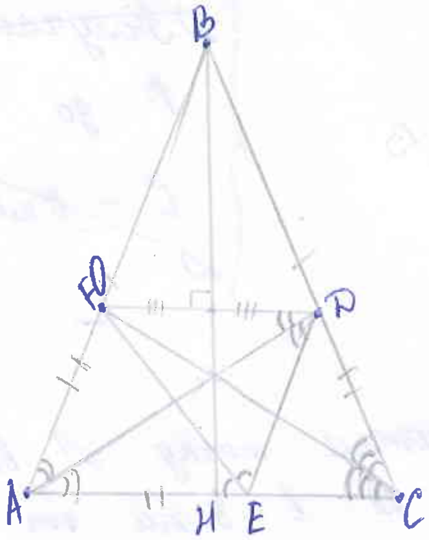
E ∈ AC

AF=DC

EF пересекает AB

Д-ть:

AFDE-ромб.



Док-во:

1) Построим точку O, так что она биссектриса ∠C.

2) Имеем △ABC-равнобедр. и AD и CO-биссектрисы, следовательно точки D и O симметричны относительно высоты BH, следовательно AO=CD, аналогично BO=BD. => OD || AC (теорема Фалеса)

25.

3)

М-9-1

№ 1.

$P(x) = x^2 - 3x - 5$, $P(P(x)) = P(x)$.

Т.е. $P^2(x) - 3P(x) - 5 = P(x)$

$(x^2-3x-5)^2 - 3(x^2-3x-5) - 5 = x^2-3x-5$

$(x^2-3x-5)^2 - 4(x^2-3x-5) - 5 = 0$

Пусть $x^2-3x-5 = t$, то

$t^2 - 4t - 5 = 0$ $\quad ac = -5 = -1 \cdot 5$, $-b = 4$

$\left[\begin{array}{l} t_1 = -1 \\ t_2 = 5 \end{array}\right.$

Т.к. $x^2-3x-5 = t$, то $\left[\begin{array}{l} x^2-3x-5=-1 \\ x^2-3x-5=5 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x^2-3x-4=0 \\ x^2-3x-10=0 \end{array}\right.$ $\quad ac=-4=-1\cdot 4$, $-b=3$; $ac=-10=-2\cdot 5$, $-b=3$

$\left[\begin{array}{l} x_1 = -1 \\ x_2 = 4 \\ x_3 = -2 \\ x_4 = 5 \end{array}\right.$ Ответ: $-1; 4; -2; 5$.

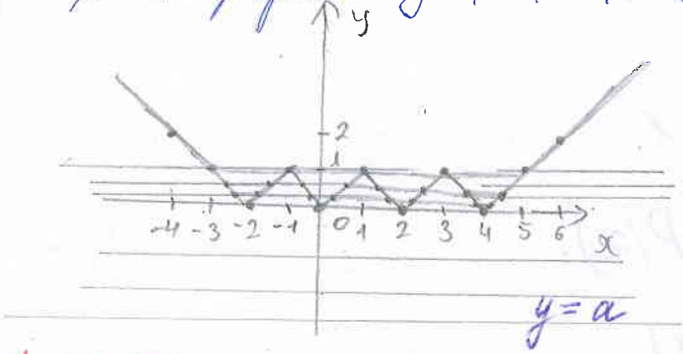
75

№ 2. М-9-1

Пусть $y=a$ – // оси Ox, то.

$$\begin{cases} y=a \\ y=|1-|1-|1-|1-x|||| \end{cases}$$

Построим график $y=|1-|1-|1-|1-x||||$:



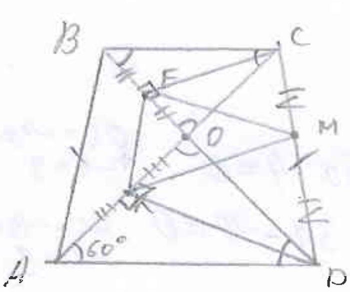
Мы видим, что от 0 до 1 урав-е имеет 8 корней; От 2 и выше 2 корня, а ниже оси Ox точек пересечения нет => Ответ: $0<a<1$

Недостаточно пояснений случ. $y=0$, $y=1$ 6б.

№ 3.

Да, могут, если в первой строчке поставить все двойки, а в первый столбик ~~2~~ в последнюю клетку поставить 1. Потом подставлять 1 и 0 в остальные строчки и столбики, что в конечном итоге суммы будут иметь значения от 1 до 16. 0б.

№ 4.



Дано:
ABCD-трапеция: AB=CD
BF=FO, AK=KO, CM=MD.
$\angle CAD=60°$.
Доказать:
△FKM-равност.?

Решение:

Т.к. $\angle CAD=\angle BDA=60°$, то $\angle AOD=60°$ => △AOD-равност, ~~[illegible]~~
△BOC-равност тоже.

1) $CF\perp BO$ (как медиана и высота в равност. △-ке), отсюда △CFD-прямоуг. FM-медиана из ~~[illegible]~~ $\angle CFD=90°$ => $FM=CM=\frac{1}{2}CD$

2) $KD\perp AO$ (как медиана и высота в равност. △-ке), отсюда △KCD-прямоуг. => => $KM=\frac{1}{2}CD$

3) FK-сред. линия из △ABO => $FK=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}CD$

Из всего сказанного, $FM=\frac{1}{2}CD$, $KM=\frac{1}{2}CD$ и $FK=\frac{1}{2}CD$ => △FKM-равност. 7б.

№ 5.

Ответ: 13 солдат, если старшина через каждые 2 клетки будет указывать на 2-ух солдат с одной стороны. 0б.

М-10-1

1) $4x^2-6x-4xy+y^2+3y=15$

$(2x-y)^2-3(2x-y)=15$

$(2x-y)(2x-y-3)=15$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2x-y=3 \\ 2x-y-3=5 \end{cases} \text{I} \quad \begin{cases} 2x-y=-3 \\ 2x-y-3=-5 \end{cases} \text{V} \\ \begin{cases} 2x-y=5 \\ 2x-y-3=3 \end{cases} \text{II} \quad \begin{cases} 2x-y=-5 \\ 2x-y-3=-3 \end{cases} \text{VI} \\ \begin{cases} 2x-y=15 \\ 2x-y-3=1 \end{cases} \text{III} \quad \begin{cases} 2x-y=-15 \\ 2x-y-3=-1 \end{cases} \text{VII} \\ \begin{cases} 2x-y=1 \\ 2x-y-3=15 \end{cases} \text{IV} \quad \begin{cases} 2x-y=-1 \\ 2x-y-3=-15 \end{cases} \text{VIII} \end{array}\right.$

I) $\begin{cases} 2x-y=3 \\ 2x-y-3=5 \end{cases}$ $-$ $0=-5$ $\varnothing$

II) $\begin{cases} 2x-y=5 \\ 2x-y-3=3 \end{cases}$ $-$ $0=-1$ $\varnothing$

III) $\begin{cases} 2x-y=15 \\ 2x-y-3=1 \end{cases}$ $0=11$ $\varnothing$

IV) $\begin{cases} 2x-y=1 \\ 2x-y-3=15 \end{cases}$ $-$ $0=-17$ $\varnothing$

V) $\begin{cases} 2x-y=-3 \\ 2x-y-3=-5 \end{cases}$ $0=-1$ $\varnothing$

VI) $\begin{cases} 2x-y=-5 \\ 2x-y-3=-3 \end{cases}$ $0=-5$ $\varnothing$

VII) $\begin{cases} 2x-y=-15 \\ 2x-y-3=-1 \end{cases}$ $0=-11$ $\varnothing$

VIII) $\begin{cases} 2x-y=-1 \\ 2x-y-3=-15 \end{cases}$ $0=11$ $\varnothing$

7/

M-10-1

№3

Число 14 получается суммой семи двоек, поэтому один ряд будет состоять только из двоек. Число 13 получается суммой 6 двоек и 1 единицы. Число 12 можно получить суммой 5 двоек и 2 единиц или суммой 6 двоек, но в обоих случаях мы этим действием изменяем ряды, где сумма давала 4 и 3, а далее мы не можем получить эти числа так как в сумме других рядов они будут давать одинаковые числа, а одинаковых чисел у нас не может быть так как ряд, который нам нужно получить, состоит из 14 элементов, а сумм всего 14. Ответ: нет.

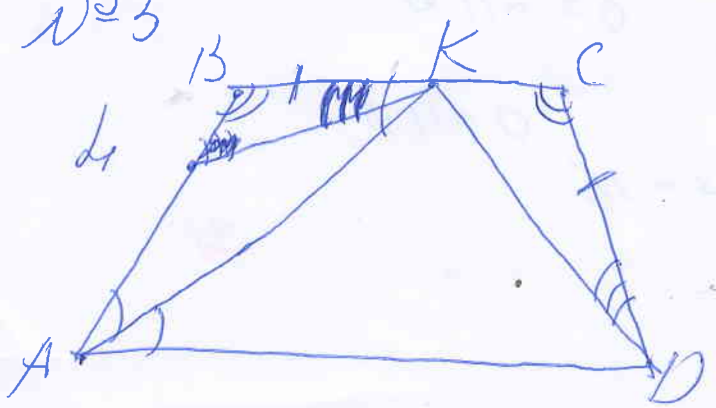
2б

№4

Чтобы выбор солдат не влиял на количество уборщиков, староста должен выбирать так пары, что бы расстояние по диагоналям от каждой пары равнялось одной клетки, а по вертикали и горизонтали 1-й две. При таком расположении максимальное количество равно 13. Ответ: 13

6б

№5



Дано: ABCD - трапеция, AB = CD; AK - биссектриса

Д-ть: $BL_1 = KC$

Д-во:

1) $\angle KAD = \angle BKL_1$ т.к. накрест лежащие $\Rightarrow \triangle BL_1K$ р/б

$\Downarrow$

AB = BK = CD.

М-10-1

2) A, H, K, D - точки лежащие на окружности $\Rightarrow AHKD$ вписан в окружность $\Rightarrow \angle AHK + \angle KDA = 180°$

3) $\angle ADK = \angle DKC$ так как они накрест лежащие.

$\angle AHK + \angle BHK = 180°$ т.к. они смежные

$\angle AHK + \angle DKC = 180°$

$\Downarrow$

$\angle DKC = \angle BHK$

4) I) $BK = CD$

II) $\angle HBK = \angle KCD$

III) $\angle BKH = \angle CDK$ т.к. по сумме углов треугольника

$\Downarrow$

$\triangle HBK = \triangle KCD \Rightarrow HB = KC$

75

M-10-2

№1.

$4x^2-6x-4xy+y^2+3y=15$

$(2x-y)^2-3(2x-y)=15$

$(2x-y)(2x-y-3)=\underbrace{15}_{\pm1;\pm3;\pm5;\pm15}$

1) $\begin{cases}2x-y=15\\2x-y-3=1\end{cases}$ $x\in\emptyset$ $y\in\emptyset$

2) $\begin{cases}2x-y=-1\\2x-y-3=-15\end{cases}$ $x\in\emptyset$ $y\in\emptyset$

3) $\begin{cases}2x-y=3\\2x-y-3=5\end{cases}$ $x\in\emptyset$ $y\in\emptyset$

4) $\begin{cases}2x-y=-3\\2x-y-3=-5\end{cases}$ $x\in\emptyset$ $y\in\emptyset$

Не все случаи.

Ответ: $x\in\emptyset$, $y\in\emptyset$ (нет решений)

-8б

№2.

$x^2+xy+y^2\le 3(x-\sqrt{xy}+y)^2$ $x\ge0$ $y\ge0$

$x^2+xy+y^2\le 3(x^2+xy+y^2+2xy-2x\sqrt{xy}-2y\sqrt{xy})$

$x^2+xy+y^2\le 3x^2+9xy+3y^2-6x\sqrt{xy}-6y\sqrt{xy}$

$2x^2+8x+2y^2-6x\sqrt{xy}-6y\sqrt{xy}\ge0$

$2(x^2+4xy+y^2)-6\sqrt{xy}(x+y)\ge0$ $|:2$

$(x^2+4xy+y^2)-6\sqrt{xy}(x+y)$

$(x+y)^2+2xy-3\sqrt{xy}(x+y)\ge0$

$\left]\begin{array}{l}x+y=a\\\sqrt{xy}=b\\xy=b^2\end{array}\right.$

$a^2+2b^2-3ab\ge0$ $|:b^2\ne0$

$\left(\frac{a}{b}\right)^2-3\left(\frac{a}{b}\right)+2\ge0$ $]\ \frac{a}{b}=t$

$t^2-3t+2\ge0$ $\left[\begin{array}{l}0<t\le1\\t\ge2\end{array}\right.$, но

$(t-1)(t-2)\ge0$

т.к. $\frac{x+y}{2}\ge\sqrt{xy}$, то $t\ge2\Rightarrow$

$\frac{x+y}{\sqrt{xy}}\ge2\Rightarrow a^2+2b^2-3ab\ge0$

M-10-2

Ответ: $x^2+xy+y^2 \le 3(x-\sqrt{xy}+y)^2$ верно при $x\ge0$ и $y\ge0$ 7б

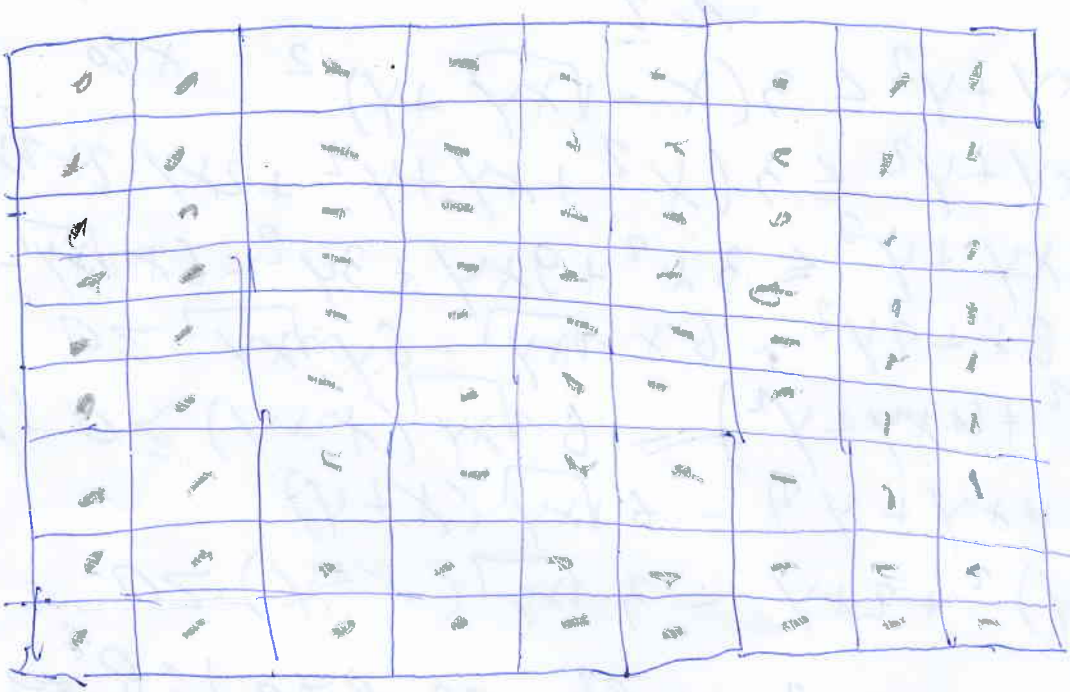
№3.

2	2	2	2	0	0	0
2	2	2	2	2	2	1
2	2	2	2	2	2	0
2	2	2	2	2	0	0
0	2	2	2	1	0	0
0	1	2	2	2	0	0
0	2	1	1	1	1	0

Если в первой строке и столбце сумма будет 14, то уже ни в одной строке или столбце не будет суммы 1

Ответ: не могут 7б

№4.



Ответ: 40 0б

М-10-3

№1.

$4x^2-6x-4xy+y^2+3y=15$

$(2x-y)^2-(6x-3y)=15$

$(2x-y)^2-3(2x-y)=15$

$(2x-y)(2x-y-3)=15$

1) $\begin{cases}2x-y=\pm15\\2x-y-3=\pm1\end{cases}$ $-$

$3\neq14 \Rightarrow$

$x\in\varnothing$

$y\in\varnothing$

2) $\begin{cases}2x-y=\pm1\\2x-y-3=\pm15\end{cases}$ $-$

$3\neq14\Rightarrow$

$x\in\varnothing$

$y\in\varnothing$

3) $\begin{cases}2x-y=\pm5\\2x-y-3=\pm3\end{cases}$ $-$

$3\neq2\Rightarrow$

$x\in\varnothing$

$y\in\varnothing$

4) $\begin{cases}2x-y=\pm3\\2x-y-3=\pm5\end{cases}$ $-$

$3\neq2\Rightarrow$

$x\in\varnothing$

$y\in\varnothing$

Ответ: нет решений.

7б

№2.

$x^2+xy+y^2\leq3(x-\sqrt{xy}+y)^2$

$x^2+xy+y^2\leq3(x^2+y^2+xy+2xy-2x\sqrt{xy}-2y\sqrt{xy})$

$x^2+xy+y^2\leq3x^2+3y^2+9xy-6x\sqrt{xy}-6y\sqrt{xy}$

$2(x^2+4xy+y^2)-6\sqrt{xy}(x+y)\geq0 \,|:2$

$(x^2+4xy+y^2)-3\sqrt{xy}(x+y)\geq0$

$(x+y)^2+2xy-3\sqrt{xy}(x+y)\geq0$

$\left]\begin{array}{l}x+y=a\\ \sqrt{xy}=b\\ xy=b^2\end{array}\right.$ $\quad a^2+2b^2-3ab\geq0\,|:b^2$

$\left(\frac{a}{b}\right)^2-3\left(\frac{a}{b}\right)+2\geq0$

$]\ \frac{a}{b}=m$ $\quad m^2-3m+2\geq0$

$(m-1)(m-2)\geq0$

$0<m\leq1$, но т.к. $\frac{x+y}{2}\geq\sqrt{xy}\Rightarrow m\geq2\Rightarrow$

$\frac{x+y}{\sqrt{xy}}\geq2\Rightarrow a^2+2b^2-3ab\geq0$

Ответ: $x^2+xy+y^2\leq3(x-\sqrt{xy}+y)^2$ верно, при 7б

М-10-3

№3.

Если в первой строке и столбце сумма будет 14, то в суммах других столбцов и строк не ~~будут~~ смогут быть все остальные числа.

Ответ: не могут.

Об

№4.

Ответ: 40.

Об